UNIVERSITÄT DORTMUND
INSTITUT FÜR ANALYSIS
Prof. Dr. K. Menke

Dortmund, 30. Mai 2005

Analysis II für Lehramt Gymnasium

8. Übungsblatt, SS 2005

Abgabe bis Montag, 6. Juni 2005, 10.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1

Gegeben sei die Funktionenfolge $f_n : [0, \infty[\to \mathbb{R}$ mit $f_n(x) = xe^{-nx}$.

a) Skizzieren Sie den Graphen von f_n.

b) Untersuchen Sie (f_n) auf punktweise bzw. gleichmäßige Konvergenz.

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass folgende Funktionenreihen auf der reellen Achse punktweise konvergieren. Liegt gleichmäßige Konvergenz in $\mathbb{R}$ vor?

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n(1+nx^2)}$

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{x^2+n}$

Zusatz zu b): Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist die Reihe absolut konvergent?

Aufgabe 3

Untersuchen Sie folgende Funktionenreihen auf gleichmäßige Konvergenz in I:

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{1+n^4x^2} \qquad I = [q, \infty[\quad (q > 0)$

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(x^n - x^{n+1}\right) \qquad I = [0, 1]$

Aufgabe 4

Gegeben sei die Funktion $f :]-1, 1[\to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \ln \dfrac{1+x}{1-x}$.

a) Bestimmen Sie die zu f gehörige Taylorreihe für den Nullpunkt.

b) Für welche x stimmt die Taylorreihe mit f überein?

c) Wo liegt gleichmäßige Konvergenz vor?