UNIVERSITÄT DORTMUND
INSTITUT FÜR ANALYSIS
Prof. Dr. K. Menke

Dortmund, 4. Juli 2005

Analysis II für Lehramt Gymnasium

13. Übungsblatt, SS 2005

Abgabe bis Montag, 11. Juli 2005, 10.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1

Sei A eine offene Teilmenge des linearen Raumes X und es gebe keine nicht-leeren offenen disjunkten Mengen O_1, O_2 mit $O_1 \cup O_2 = A$. Zeigen Sie: A ist wegzusammenhängend.

Aufgabe 2 *Zykloide*

Auf dem Einheitskreis im $\mathbb{R}^2$ rollt aussen ein zweiter Kreis K mit Radius 1 in mathematisch positiver Richtung ab.

a) Weisen Sie geometrisch nach, dass durch $\gamma(t) = (2\cos t - \cos 2t, 2\sin t - \sin 2t)$ eine Parameterdarstellung der Bahnkurve gegeben ist, die der auf K gelegene Punkt P zurücklegt, der zum Zeitpunkt $t = 0$ die Koordinaten $(1, 0)$ hat.

b) Berechnen Sie die Länge des von P in einem Umlauf zurückgelegten Weges.

Aufgabe 3

Bestimmen Sie jeweils die Länge des Weges $\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$ mit

a) $\gamma(t) = (1 + \cos t)\begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix}$ und skizzieren Sie diese *Kardioide*,

b) $\gamma(t) = \begin{pmatrix} t\cos t \\ t\sin t \\ t \end{pmatrix}$ (*konische Spirale*).

Aufgabe 4

Es sei $F(x) := \int\limits_0^1 \frac{e^{-(1+y^2)x^2}}{1+y^2}\, dy$ und $G(x) := \left(\int\limits_0^x e^{-u^2}\, du\right)^2$. Zeigen Sie:

a) $F'(x) = -2e^{-x^2} \int\limits_0^x e^{-u^2}\, du$.

b) $F'(x) + G'(x) = 0$ und $F(x) + G(x) = \frac{\pi}{4}$.

c) $F(x) \to 0$ für $x \to \infty$ und $\int\limits_0^\infty e^{-u^2}\, du = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$.

Fachschaft Mathematik

Uni Dortmund

Fachschaft WiMa

Wi(Ma)²-Sommerparty

freier Eintritt * Veltins, V+, Alt, Bowle, Cola, ... * Döner & Salattasche

12.07.

Physik Innenhof

alle Getränke 1 Euro

music by

DJ ROSTI