

6. Hausaufgabe zur Vorlesung Analysis II

Abgabetermin: Dienstag, 24.05.2005, 16:00 Uhr

Aufgabe 1:

- a) Sei $k \in [0, 1]$. Zeige, dass das uneigentliche Integral

$$E(k) := \int_0^1 \frac{\sqrt{1 - k^2 t^2}}{\sqrt{1 - t^2}} dt$$

existiert. $E(k)$ heißt **vollständiges elliptisches Integral**.

- b) Die **Ellipse** ist die durch

$$f : [0, 2\pi] \longrightarrow \mathbb{R}^2, \quad f(t) := (a \cos t, b \sin t)$$

bestimmte Kurve, wobei $0 < a \leq b$ Konstanten sind.
Skizziere die Ellipse und berechne ihre Bogenlänge.

Aufgabe 2:

Die **logarithmische Spirale** ist die Kurve

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^2, \quad f(t) := (e^{ct} \cos t, e^{ct} \sin t),$$

wobei $c > 0$ eine Konstante ist.

- a) Skizziere die Kurve.
b) Sei $L_{a,b}$ die Bogenlänge von $f|_{[a,b]}$. Berechne $L_{a,b}$.
c) Existiert $\lim_{a \rightarrow -\infty} L_{a,0}$? Was bedeutet die Antwort?

Aufgabe 3:

Die **Helix** ist die Kurve $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^3$, die durch

$$f(t) = (r \cos t, r \sin t, c t)$$

gegeben ist, wobei $r > 0$ **Radius** und $c \in \mathbb{R}$ **Steigung** heißt.

- a) Skizziere die Helix.
b) Berechne die Bogenlänge von $f|_{[0,2\pi]}$.