6. Übungsblatt zur Vorlesung Analysis II

Aufgabe 1:
Sei $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}, \qquad f(x,y) := x^4 + y^4.$

Zeige: f hat ein echtes absolutes Minimum, aber in diesem Minimum ist die Hesse'sche Matrix nicht positiv definit.

Aufgabe 2:
Sei $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}, \qquad f(x,y) = \sin x \, \sin y \, \sin(x+y).$

a) Zeige: Für $n, m \in \mathbb{Z}$ und $x, y \in \mathbb{R}$ gilt $f(x + n\pi,\, y + m\pi) = f(x,y)$.

b) Bestimme alle kritischen Punkte von f in $[0,\pi] \times [0,\pi]$.

c) Zeige: f muß ein absolutes Maximum und ein absolutes Minimum besitzen.

d) Bestimme für alle kritischen Punkte in b), ob es sich um ein lokales Maximum bzw. Minimum handelt.