Prof. Dr. G. Rosenberger
V. große Rebel

Abgabe: Mo, 25.04.2005, 14h

Übungen zur linearen Algebra und analytischen Geometrie II
Übungsblatt 2

Aufgabe 1:
Seien $A, B \in \mathrm{M}_n(K)$. Beweisen oder widerlegen Sie:

a) A ist nicht invertierbar $\Leftrightarrow$ 0 ist Eigenwert von A.

b) A und B haben die gleichen Eigenwerte $\Rightarrow$ A und B sind ähnlich.

c) A und A^T haben die gleichen Eigenwerte.

Aufgabe 2:
Sei V ein endlichdimensionaler K-Vektorraum, und $\varphi_1 : V \to V$ und $\varphi_2 : V \to V$ seien lineare Abbildungen:
Zeigen Sie: Für $\lambda \in K$ gilt:
λ ist Eigenwert von $\varphi_1 \circ \varphi_2 \Leftrightarrow \lambda$ ist Eigenwert von $\varphi_2 \circ \varphi_1$.

Aufgabe 3:
Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenräume von

$$\frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1+3i & 1-i & 1-i & 1-i \\ 1-i & 1+3i & 1-i & 1-i \\ 1-i & 1-i & 1+3i & 1-i \\ 1-i & 1-i & 1-i & 1+3i \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4:
Es seien V ein K-Vektorraum, $\dim V = n < \infty$, und $f : V \to V$ ein Endomorphismus.
Für alle $k \in \mathbb{N}_0$ sei f^k definiert durch $f^0 = \mathrm{id}_V$, $f^k = f \circ f^{k-1}$ für alle $k \geq 1$.
Zeigen Sie: $f^n = 0$ genau dann, wenn $\chi_f(t) = (-t)^n$.