Prof. Dr. G. Rosenberger
V. große Rebel

Abgabe: Mo, 11.07.2005, 14h

Übungen zur linearen Algebra und analytischen Geometrie II
Übungsblatt 13

Aufgabe 1:
Man zeige, dass die Matrix

$$A := \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

orthogonal ist und ermittle die Normalform der zugehörigen Isometrie φ.
Hinweis: Man beachte $\varphi + \varphi^*$.

Aufgabe 2:
Sei $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathrm{GL}_2(\mathbb{R})$ mit $\det A = 1$. Sei $\lambda := \operatorname{Spur} A = a + d$.
Weiter seien Polynome $T_n(x)$ rekursiv definiert durch:

$$T_0(x) = 0, \qquad T_1(x) = 1, \qquad T_n(x) = xT_{n-1} - T_{n-2}, \qquad n \geq 2.$$

Zeigen Sie:

a) $A^n = T_n(\lambda)A - T_{n-1}(\lambda)E_2$.

b) Ist nun speziell $\lambda = 2\cos\alpha$, so ist $T_n(\lambda) = \dfrac{\sin(n\alpha)}{\sin(\alpha)}$, $n \geq 1$.
Hinweis: Benutzen Sie hierzu Additionstheoreme.

Aufgabe 3:
Man berechne die Minimalpolynome der folgenden Endomorphismen:

a) $\varphi : K^3 \to K^3;\quad v \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} v,$

b) $\varphi : K^3 \to K^3;\quad v \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} v,$

c) $\varphi : K^3 \to K^3;\quad v \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} v,$

d) $\varphi : K^n \to K^n;\quad v \mapsto J \cdot v$, wobei $J = (1)_{1 \leq i,j \leq n}$.

Fachschaft Mathematik Uni Dortmund

Fachschaft Wi!Ma

Wi(Ma)²-Sommerparty

freier Eintritt * Veltins, V+, Alt, Bowle, Cola, ... * Döner & Salattasche

12.07.

Physik Innenhof

alle Getränke 1 Euro

music by

DJ ROSTI