

Stochastik I

Blatt 1

Abgabetermin: Montag, 18. April 2005, in der Übungsgruppe

Aufgabe 1

Es seien I eine Indexmenge und A, B, A_i Teilmengen einer Menge Ω für $i \in I$. Entscheiden Sie, welche der folgenden Gleichungen allgemein richtig sind:

a) $A \setminus \bigcup_{i \in I} A_i = \bigcap_{i \in I} (A \setminus A_i);$

b) $\bigcap_{i \in I} A_i = \overline{\bigcup_{i \in I} \bar{A}_i};$

c) $A \cap B = A \setminus (A \setminus B);$

d) $(A \cup B) \cap \bar{A} = B \cap \bar{A}.$

Aufgabe 2

Es seien \mathcal{A}_1 und \mathcal{A}_2 zwei σ -Algebren über der gleichen Grundmenge Ω . Zeigen Sie, dass auch $\mathcal{A}_1 \cap \mathcal{A}_2$ eine σ -Algebra ist.

Aufgabe 3

Es seien $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ und $B = \{b_1, \dots, b_k\}$ endliche Mengen mit $n \in \mathbb{N}$ bzw. $k \in \mathbb{N}$ Elementen.

Bestimmen Sie:

a) die Mächtigkeiten der Mengen $B^A := \{f : A \rightarrow B \text{ Funktion}\}$ und $I(A, B) := \{f \in B^A : f \text{ injektiv}\};$

b) die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig herausgegriffene Funktion $f \in B^A$ injektiv ist.

Aufgabe 4

Zwei Würfel werden unabhängig geworfen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

- a) Die Augensumme ist $i \in \{2, \dots, 12\}$.
- b) Das Maximum der Augen ist $i \in \{1, \dots, 6\}$.

Aufgabe 5

Ein Würfel wird dreimal geworfen. Beschreiben Sie dieses Experiment durch einen passenden Wahrscheinlichkeitsraum und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

- a) Es wird keine Vier geworfen.
- b) Die kleinste geworfene Zahl ist Vier.