

Stochastik I

Blatt 14

Aufgabe 1

Bestimmen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzer für ϑ in den folgenden Fällen und entscheiden Sie, ob dieser Schätzer erwartungstreu ist:

- $(P_\vartheta)_{\vartheta \in [0,1]}$ die Familie der geometrischen Verteilungen auf \mathbb{N} .
- Für festes $\mu \in \mathbb{R}$, $(N(\mu, \vartheta))_{\vartheta \in]0, \infty[}$ die Familie der Normalverteilungen.

Aufgabe 2 Schätzen des Umfangs einer Population

Um die Anzahl der Fische in einem Teich zu schätzen, werden r Fische gefangen, in geeigneter Weise markiert und danach wieder ausgesetzt. Einen Tag später werden n Fische gefangen, von denen k markiert sind.

- Man zeige, dass Anzahl k der am zweiten Tag gefangenen markierten Fische $H_{n,r,\theta-r}$ hypergeometrisch verteilt ist (vgl. Abschnitt 2 der Vorlesung), wobei θ die (unbekannte) Gesamtzahl aller Fische im Teich bezeichnet.
- Bestimmen Sie den ML-Schätzer für θ .
- Welche Schätzung ergibt sich in (b) für $r = 100$, $n = 150$ und $k = 11$?

Aufgabe 3

Die New Yorker Taxis sind mit den Zahlen $1, 2, \dots, n$ deutlich sichtbar durchnummeriert, wobei die Zahl n aller Taxis unbekannt ist. Auf der Straße begegnen Ihnen k Taxis, deren Nummern X_1, \dots, X_k Sie notieren. Es wird angenommen, dass X_1, \dots, X_k unabhängige, auf $\{1, \dots, n\}$ gleichverteilte Zufallsvariable sind:

- Bestimmen Sie den *ML*-Schätzer N_k für n aus X_1, \dots, X_k .
- Entscheiden Sie, ob der Schätzer

$$M_k := \frac{1}{2}(1 + N_k)$$

für $E(X_i)$ erwartungstreu ist. Wieso ist dieser Schätzer interessant?

c) Berechnen Sie für $k = 2$

$$E((M_2 - E(X_1))^2) \quad \text{und} \quad \text{Var}\left(\frac{1}{2}(X_1 + X_2)\right).$$

Aufgabe 4

Bei einer leicht verbeulten Münze wollen Sie die Wahrscheinlichkeit $p \in]0, 1[$ für das Auftreten vom „Kopf“ ermitteln. Dazu wird die Münze n -mal unabhängig geworfen. Ermitteln Sie mit dem zentralen Grenzwertsatz approximativ die minimale Anzahl n von Würfeln, so dass p bis auf einen Fehler von 0,01 mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 0,9 geschätzt werden kann.

Aufgabe 5*

Es seien X_1, \dots, X_{1000} unabhängige, $N(\mu, 1)$ -verteilte Zufallsvariable mit unbekanntem $\mu \in \mathbb{R}$.

Bestimmen Sie

- a) ein zweiseitiges Vertrauensintervall und
- b) ein einseitiges Vertrauensintervall der Form $] - \infty, m]$

für den Standardmittelwertschätzer \bar{X}_{1000} zum Niveau $\alpha = 0.005$.

TERMINÄNDERUNG

Seminarankündigung

**Stochastik für das Lehramt an Gymnasien und Gesamtschulen
und Sekundarstufe II**

Vorbesprechung: Freitag, 15.07.2005, 10.15 Uhr, M/Zi. 621

Informationen: Frau K. Kosfeld, Zi. 630, Tel.: 5917

Hinweis zur Nachklausur: Findet im November statt.

Termin: Wird noch bekannt gegeben.

Wir wünschen Ihnen schöne und erholsame Semesterferien!

Wi(Ma)2- Sommerparty

freier Eintritt * Veltins, V+, Alt, Bowle, Cola, ... * Döner & Salattasche

12.07.

Physik Innenhof



music by

DJ ROSTI