Übungsblatt 1

Abgabe in den Briefkästen bis Mittwoch, 26.10.2005, 17 Uhr

Themen:

Aussagenlogik, Mengenlehre, Körper und Körperaxiome

Aufgabe 1.

a) Bilden Sie die Kontraposition zu folgenden Aussagen:

   – Wenn ich keine Physikveranstaltung und kein Fußballtraining am Donnerstag habe, so kann ich am Donnerstag zur Mathe-Übung gehen.

   – Wenn $g \in \mathbb{N}$ durch 2 teilbar ist, so ist auch jedes Vielfache von g durch 2 teilbar.

   – Sei K eine Menge mit Verknüpfungen $+$ und $\cdot$.Wenn $(K, +, \cdot)$ ein Körper ist, dann ist $(K, +)$ eine abelsche Gruppe.

b) Verneinen Sie folgende Aussagen, ohne die Umschreibung „nicht“ zu benutzen!

   – Alle Männer mögen Fußball.

   – Dortmund hat genau einen Fernsehturm.

Aufgabe 2. Seien A, B, C Mengen. Zeigen Sie folgende Mengengleichheiten:

a) $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$ (ein Distributivgesetz).

b) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ (eine deMorgan Regel).

Benutzen Sie die Beweismethode aus Satz 1.3 I der Vorlesung. Zeichnen Sie außerdem die Venn-Diagramme und kennzeichnen Sie die in a) und b) vorkommenden Mengen farbig.

Aufgabe 3.

a) Sei $A := \{6, 4, 9, \{4, 9\}, 6, 9\}$. Schreiben Sie die Menge A in „korrekter“ Mengenschreibweise. Geben Sie außerdem die Potenzmenge $\mathcal{P}(A)$ von A an. Ist $\mathcal{P}(A)$ bzgl. „$\subseteq$“ total geordnet? (Begründung!)

b) Seien $A := \{2, 5\}$ und $B := \{-2, -7, 4\}$. Beschreiben Sie die kartesischen Produkte $A \times B$ und $B \times A$ explizit. Zeichnen Sie $A \times B$ in ein kartesisches Koordinatensystem.

Aufgabe 4. Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

a) $(\mathbb{Z}, +)$ ist eine Gruppe.

b) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ ist ein Körper.