Universität Dortmund
Institut für Analysis
Prof. Dr. K. Menke

Dortmund, 25. Oktober 2005

Analysis I für Lehramt Gymnasium

2. Übungsblatt, WS 2005/06

Abgabe bis Montag, 31. Oktober 2005, 10.15 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1

Bestimmen und skizzieren Sie die folgenden Mengen:

a) $A = \{\, x \in \mathbb{R} : x + 1 > |x - 2| \,\}$

b) $B = \{\, x \in \mathbb{R} : 1 < |x + 3| \leq 4 \,\}$

c) $C = \{\, x \in \mathbb{R} : |x + 1| - |x - 2| \geq 0 \,\}$

d) $D = \{\, x \in \mathbb{R} : x > 0 \text{ und } x + \frac{1}{x} \geq 2 \,\}$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie für $\sum\limits_{k=1}^{n} k^3$ eine Formel, indem Sie folgende Teleskopsumme auswerten:

$$\sum_{k=1}^{n} \left((k+1)^4 - k^4 \right)$$

Aufgabe 3

Es seien $x, y \in \mathbb{R}, x, y \neq 0$. Berechnen Sie die folgenden Summen:

a) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n+1} x^k y^{-2k}$ b) $\displaystyle\sum_{j=0}^{n} x^{-2j+1} y^{j-1}$ c) $\displaystyle\sum_{k=2}^{n-1} \binom{n}{k} 3^{k-n-1}$

Aufgabe 4

a) Für welche $n \in \mathbb{N}$ gilt die Ungleichung $3n^2 < 2 \cdot 3^n$? Beweisen Sie Ihre Behauptung.

b) Beweisen Sie mit Hilfe der vollständigen Induktion für alle $n \in \mathbb{N}$ die folgende Formel:

$$\sum_{k=1}^{n} k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$