Universität Dortmund
Institut für Analysis
Prof. Dr. K. Menke

Dortmund, 31. Oktober 2005

Analysis I für Lehramt Gymnasium

3. Übungsblatt, WS 2005/06

Abgabe bis Montag, 7. November 2005, 10:15 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ und $0 < x < 1$ die folgende Variante der Bernoullischen Ungleichung gilt:

$$(1-x)^n \leq \frac{1}{1+nx}$$

Aufgabe 2

Es seien a, $b \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie: Gilt $|a-b| < \varepsilon$ für jedes $\varepsilon > 0$, so folgt $a = b$.

Aufgabe 3

Es seien A und B nichtleere, beschränkte Teilmengen von $\mathbb{R}$. Zeigen Sie:

a) Gilt $A \subset B$, so folgt $\inf A \geq \inf B$.

b) Es gilt $\sup(A \cup B) = \max(\sup A, \sup B)$.

Aufgabe 4

Überprüfen Sie, ob die folgenden Mengen $A_j \subset \mathbb{R}$ beschränkt sind. Bestimmen Sie weiterhin für jedes A_j, falls vorhanden, alle oberen Schranken, unteren Schranken, Supremum, Infimum, Maximum, Minimum. Veranschaulichen Sie sich die Punktmengen ggf. vorher auf der Zahlengeraden.

$A_1 = [0, 2[\cup]2, 7[$ $\qquad$ $A_2 = \{x \in \mathbb{R} \ : \ |x-4| - |x+1| \geq 0\}$ $\qquad$ $A_3 = \left\{1 - \frac{1}{2^n} \ : \ n \in \mathbb{N}\right\}$

Aufgabe 5

Es sei A eine Teilmenge von $\mathbb{R}$ und es existiere ein $s \in \mathbb{R}$ mit folgenden Eigenschaften:

1) s ist obere Schranke von A.

2) $s \in A$.

Zeigen Sie: $s = \sup A = \max A$.

Gibt es eine analoge Aussage für $\inf A$? Formulieren Sie diese gegebenenfalls.