

6. Hausaufgabe zur Vorlesung Analysis III

---

**Aufgabe 1:**

Bestimme, bei welchen der folgenden Vektorfelder es sich um Rotationsfelder handelt. Bestimme ggf. ein Vektorfeld  $Y$  mit  $X = \text{Rot}(Y)$ .

a)  $X = (x - z, y + 2x, 2y - 2z)$       b)  $X = (x^2 + y^2, x^2 + z^2, 2yz)$

**Aufgabe 2:**

Bestimme die Lösungen der folgenden Differentialgleichungen:

a)  $(1 + t^2)x'(t) = 1 + x(t)^2$   
b)  $(1 + e^t)\frac{dx}{dt} + (1 - e^{-x})e^{x+t} = 0$   
c)  $t\frac{dx}{dt} + x = t \sin(t^2) + 5t$   
d)  $x'(t) = \frac{1}{t^2}(tx(t) + 1)$

**Aufgabe 3:**

Bestimme, welche der folgenden Differentialgleichungen exakt ist, und löse die Gleichungen:

a)  $\left(\frac{1}{t} + \cos 2x\right)\frac{dx}{dt} + 2t - \frac{x}{t^2} = 0$   
b)  $(2x^3t - xe^{-t}) + (3t^2x^2 + e^{-t} - 4)\frac{dx}{dt} = 0$   
c)  $\pi x + (\pi t + \arcsin x)\frac{dx}{dt} = \sin t$