Universität Dortmund
Institut für Analysis
Prof. Dr. W. Kaballo

Dortmund, 20. Oktober 2005

Analysis III für Lehramt Gymnasium

1. Übungsblatt, WS 2005/06

Abgabe bis Montag, 24. Oktober 2005, 12.00 Uhr, in den Kasten 31 im Foyer.

Aufgabe 1

Es seien $D \subset \mathbb{R}^2$ offen und $f \in C^2(D, \mathbb{R})$. Zeigen Sie, dass sich die zweite Ableitung der Funktion g aus dem Satz über implizite Funktionen wie folgt berechnen lässt:

$$g''(x) = -\frac{f_{xx} f_y^2 - 2 f_{xy} f_x f_y + f_{yy} f_x^2}{f_y^3}(x, g(x))$$

Hinweis: $(x, g(x))$ ist als Argument der davor stehenden Komposition zu verstehen.

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass nahe $(0,0)$ die Gleichung

$$f(x,y) := e^{\sin y} + x^3 - 2y - 1 = 0$$

a) nach $y = g(x)$ aufgelöst werden kann und berechnen Sie $g'(0)$ und $g''(0)$,

b) nach $x = h(y)$ aufgelöst werden kann, wobei h in 0 nicht differenzierbar ist.

Aufgabe 3

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ mit $f(x,y,z) := x^3 - y^3 + z^3 + 2z^2 - 3xyz$.

a) Zeigen Sie, dass die Gleichung $f(x,y,z) = 0$ in einer Umgebung von $(1,-1,-1)$ nach $z = g(x,y)$ aufgelöst werden kann.

b) Zeigen Sie, dass die Funktion g in $(1,-1)$ ein lokales Extremum besitzt.

c) Bestimmen Sie das zweite Taylorpolynom von g um $(1,-1)$.