

Analysis III für Lehramt Gymnasium

3. Übungsblatt, WS 2005/06

Abgabe bis Freitag, 11. November 2005, 10.00 Uhr, in den Kasten 31 im Foyer.

Aufgabe 1

Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Differentialgleichungen.

a) $\dot{x} = -2tx + te^{-t^2}$

b) $\dot{x} = -\alpha \frac{x}{t} + 1 \quad (\alpha \in \mathbb{R})$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Lösung der folgenden Anfangswertprobleme.

a) $2\dot{x} + x = 2(t-1)x^3 \quad x(-1) = 2$

b) $\dot{x} = \frac{1+x^2}{tx(1+t^2)} \quad x(1) = -1$

Aufgabe 3

Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Differentialgleichungen.

a) $\dot{x} = \frac{\sqrt{t^2 + x^2} + x}{t} \quad (t > 0)$

b) $\dot{x} = \cos^2(x+t+2) - 1$

Aufgabe 4 *Riccati-Differentialgleichung*

Gegeben seien auf dem Intervall I stetige Funktionen f, g, h und die Differentialgleichung

$$\dot{x} = f(t) + g(t)x + h(t)x^2 \quad (\star)$$

- Zeigen Sie: Ist Φ eine Lösung von (\star) , so wird (\star) durch die Transformation $y = \frac{1}{x-\Phi}$ in eine lineare Differentialgleichung überführt.
- Bestimmen Sie mit Hilfe einer konstanten Lösung alle Lösungen von $\dot{x} = 3x - 2x^2 - 1$.
- In welchen Differentialgleichungs-Typ wird (\star) durch $y = x - \Phi$ überführt?