

Analysis III für Lehramt Gymnasium

11. Übungsblatt, WS 2005/06

Abgabe bis Freitag, 20. Januar 2006, 10.00 Uhr, in den Kasten 31 im Foyer.

Aufgabe 1

Es sei $\varrho > 0$. Skizzieren Sie die Schraubenfläche

$$S = \{(r \cos t, r \sin t, t) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq r \leq \varrho, 0 \leq t \leq 1\}$$

und berechnen Sie deren Oberfläche.

Aufgabe 2

- Skizzieren Sie den Teil P des durch $z = x^2 + y^2$ definierten Paraboloids, der zwischen den Ebenen $z = 0$ und $z = 4$ liegt. Berechnen Sie die Oberfläche von P .
- Skizzieren Sie das Hyperboloid $H := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - z^2 = 1, |z| \leq h\}$ (mit $h > 0$) und geben Sie dafür eine Parameterdarstellung an.

Aufgabe 3

Es sei ∂H die Oberfläche des von dem Hyperboloid $x^2 + y^2 - 8z^2 = 1$ und den Ebenen $z = 1$ und $z = -1$ begrenzten Körpers und es sei $v : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ das Vektorfeld

$$v(x, y, z) = (2x - 2y^3, -yz + x^3z^2, x^3 + z^2)^T.$$

Berechnen Sie das folgende Integral:

$$\int_{\partial H} \langle v, \mathbf{n}_a \rangle d\sigma$$

Aufgabe 4

Gegeben seien das Paraboloid $P := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 4x^2 + 9y^2 + z = 1, z \geq 0\}$ und das Vektorfeld $v : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit $v(x, y, z) = (y, z, x)$. Berechnen Sie

$$\int_P \langle \operatorname{rot} v, \mathbf{n} \rangle d\sigma$$

- direkt und
- mit dem Integralsatz von Stokes.