

1. Übungsblatt zur Vorlesung Analysis III

Sei X das Vektorfeld auf $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$, das durch $X_{(x,y)} = \left(-\frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2} \right)$ gegeben ist.

Aufgabe 1:

Zeige: Für die Komponenten P, Q von X gilt $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$.

Aufgabe 2:

Berechne $\int_{[\gamma]} X \cdot dx$, wobei γ den Einheitskreis entgegen dem Uhrzeigersinn parametrisiert.

Aufgabe 3:

Zeige: X hat keine Stammfunktion.

Aufgabe 4:

Sei $U := \mathbb{R}^2 \setminus \{(x, 0) \mid x \leq 0\}$ die geschlitzte Ebene.

Zeige: U ist sternkonvex und daher hat X eine Stammfunktion auf U .

Aufgabe 5:

Berechne die Stammfunktion von X auf U und begründe, warum sie nicht auf $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ fortgesetzt werden kann.