UNIVERSITÄT DORTMUND

Fachbereich Mathematik
Institut für Analysis
Prof. Dr. W. Kaballo
Dipl.-Math. M. Hadac

Übungsaufgaben Funktionalanalysis I (WS 2005/06), Blatt 4

Abgabe: Dienstag, den 15.11.05, 10 Uhr, Kastennr. 3

$\boxed{\textbf{Aufgabe 12:}}$ Es sei $(\alpha_j)_{j=0}^{\infty}$ eine beschränkte Folge in $\mathbb{C}$. Der *Diagonaloperator* $D \in L(\ell_2)$ ist definiert durch $D(x_0, x_1, \dots) := (\alpha_0 x_0, \alpha_1 x_1, \dots)$. Man berechne $\|D\|$ und bestimme alle Eigenwerte sowie das Spektrum $\sigma(D)$ und die Resolvente $R_D : \rho(x) \to L(\ell_2)$ von D.

$\boxed{\textbf{Aufgabe 13:}}$ Man bestimme die zur Funktion $f(x) := \begin{cases} x + \frac{\pi}{2}, & -\pi \le x \le 0 \\ -x + \frac{\pi}{2}, & 0 \le x \le \pi \end{cases}$ assoziierte Fourierreihe und benutze diese, um $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$ zu beweisen.

$\boxed{\textbf{Aufgabe 14:}}$ Für die Dirichlet-Kerne D_n zeige man

$$D_n(s) = \frac{\sin((2n+1)\frac{s}{2})}{\sin\frac{s}{2}}, \quad s \in \mathbb{R} \setminus \{2k\pi : k \in \mathbb{Z}\},$$

und $D_n(2k\pi) = 2n + 1$.