UNIVERSITÄT DORTMUND

Fachbereich Mathematik
Institut für Analysis
Prof. Dr. W. Kaballo
Dipl.-Math. M. Hadac

Übungsaufgaben Funktionalanalysis I (WS 2005/06), Blatt 7

Abgabe: Dienstag, den 06.12.05, 10 Uhr, Kastennr. 3

Aufgabe 22: Es seien H ein Hilbertraum und $T = T^* \in L(H)$. Man zeige, daß $r(T) = \|T\|$ gilt, wobei $r(T)$ den Spektralradius von T bezeichnet.

Aufgabe 23: Es sei X ein metrischer Raum. Eine Menge $Y \subseteq X$ heißt nach Definition *präkompakt*, wenn es zu jedem $\varepsilon > 0$ endlich viele Punkte $x_1, \cdots, x_n \in Y$ gibt, so daß $Y \subseteq K_\varepsilon(x_1) \cup \cdots \cup K_\varepsilon(x_n)$ gilt. Man zeige: Y ist genau dann präkompakt, wenn jede Folge in Y eine Cauchy-Teilfolge hat.

Aufgabe 24: Es seien X ein normierter Raum und $A, B \subseteq X$. Die Summe von A und B ist definiert durch $A + B := \{a + b | a \in A \text{ und } b \in B\}$. Man zeige:

a) Wenn A, B beschränkt sind, so ist auch $A + B$ beschränkt

b) Wenn A, B präkompakt sind, so ist auch $A + B$ präkompakt

c) Wenn A, B kompakt sind, so ist auch $A + B$ kompakt.