



Übungsaufgaben Funktionalanalysis I (WS 2005/06), Blatt 8 Abgabe: Dienstag, den 13.12.05, 10 Uhr, Kastenr. 3

Aufgabe 25: Es seien E, F, G, H Hilberträume.

- Man definiere auf $S_2(E, F)$ ein Skalarprodukt, das die Hilbert-Schmidt-Norm induziert, und zeige, daß $S_2(E, F)$ ein Hilbertraum ist.
- Für $A \in L(E, F)$, $T \in S_2(F, G)$ und $B \in L(G, H)$ zeige man: $BTA \in S_2(E, H)$.
- Für $T \in L(\mathbb{K}^n, \mathbb{K}^m)$ berechne man $\|T\|_2$ mit Hilfe der Matrixelemente von T .

Aufgabe 26: Es seien $1 \leq p \leq \infty$ und $n \in \mathbb{Z}$. Man finde ein $T \in \Phi(\ell_p)$ mit $\text{ind}(T) = n$, wobei $\Phi(\ell_p)$ die Menge aller Fredholmoperatoren auf ℓ_p bezeichnet.

Aufgabe 27: Man zeige, daß ℓ_p für $1 \leq p < \infty$ und c_0 die Approximationseigenschaft besitzen.