



## Übungsaufgaben Funktionalanalysis I (WS 2005/06), Blatt 8 Abgabe: Dienstag, den 13.12.05, 10 Uhr, Kastenr. 3

**Aufgabe 25:** Es seien  $E, F, G, H$  Hilberträume.

- Man definiere auf  $S_2(E, F)$  ein Skalarprodukt, das die Hilbert-Schmidt-Norm induziert, und zeige, daß  $S_2(E, F)$  ein Hilbertraum ist.
- Für  $A \in L(E, F)$ ,  $T \in S_2(F, G)$  und  $B \in L(G, H)$  zeige man:  $BTA \in S_2(E, H)$ .
- Für  $T \in L(\mathbb{K}^n, \mathbb{K}^m)$  berechne man  $\|T\|_2$  mit Hilfe der Matrixelemente von  $T$ .

**Aufgabe 26:** Es seien  $1 \leq p \leq \infty$  und  $n \in \mathbb{Z}$ . Man finde ein  $T \in \Phi(\ell_p)$  mit  $\text{ind}(T) = n$ , wobei  $\Phi(\ell_p)$  die Menge aller Fredholmoperatoren auf  $\ell_p$  bezeichnet.

**Aufgabe 27:** Man zeige, daß  $\ell_p$  für  $1 \leq p < \infty$  und  $c_0$  die Approximationseigenschaft besitzen.