UNIVERSITÄT DORTMUND
Fachbereich Mathematik
Institut für Analysis
Prof. Dr. W. Kaballo
Dipl.-Math. M. Hadac

Übungsaufgaben Funktionalanalysis I (WS 2005/06), Blatt 11

Abgabe: Dienstag, den 17.01.06, 16 Uhr, Kastennr. 3

Aufgabe 35: Es seien X ein normierter Raum und $(x_k)_{k\in\mathbb{N}} \subseteq X$ und $(x'_k)_{k\in\mathbb{N}} \subseteq X'$ gegeben mit $x_k \xrightarrow{w} x \in X$ und $x'_k \xrightarrow{w^*} x' \in X'$. Man zeige, dass $\langle x_k, x'_k\rangle \to \langle x, x'\rangle$ für $k \to \infty$ folgt.

Hinweis: Man benutze, daß schwach- bzw. schwach-*-konvergente Folgen beschränkt sind.

Aufgabe 36:

Es sei $C := \{f \in C([-1,1]) | \int_0^1 f(x)\ dx - \int_{-1}^0 f(x)\ dx = 1\}$. Man zeige, dass C eine abgeschlossene und konvexe Teilmenge von $C([-1,1])$ ist und dass es *kein* $g \in C$ gibt mit $\|g\| = \inf\{\|f\| | f \in C\}$. Man folgere, dass $C([-1,1])$ nicht reflexiv ist.

Aufgabe 37: Für einen normierten Raum X zeige man: X ist strikt normiert genau dann, wenn es für alle $x, y \in X \setminus \{0\}$ mit $\|x+y\| = \|x\| + \|y\|$ ein $\lambda > 0$ gibt, so dass $x = \lambda y$ gilt.