Universität Dortmund
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. S. Turek

Ausgabe: 09.11.2005
Abgabe: 23.11.2005

Einführung in die Numerische Mathematik

Programmierübung 2

Aufgabe 2.1

Man schreibe ein Programm zur Berechnung der Determinanten und der Inversen einer Matrix mit Hilfe des Gaußschen Eliminationsverfahrens und wende dieses auf die folgenden Matrizen an:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 3 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 6 \\ 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 \end{bmatrix}.$$

Zur Überprüfung der Ergebnisse benutze man die MATLAB-Funktionen `det` und `inv`.

Aufgabe 2.2

Man schreibe ein Programm zur Berechnung der Cholesky-Zerlegung bzw. (wenn erforderlich) zur Berechnung der LR-Zerlegung (mit Pivotierung) einer (reellen) symmetrischen Matrix und wende dieses auf die Blockmatrix A_n, $(n = m^2,\ m = 3, \dots, 8)$ an

$$A_n = \begin{pmatrix} B_m & -I_m & & \\ -I_m & B_m & \ddots & \\ & \ddots & \ddots & -I_m \\ & & -I_m & B_m \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad B_m = \begin{pmatrix} 4 & -1 & & \\ -1 & 4 & \ddots & \\ & \ddots & \ddots & -1 \\ & & -1 & 4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{m \times m},$$

sowie auf die Matrizen

$$H_5 = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} \end{pmatrix}, \qquad N_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

und ihre Analoga $H_n, N_n, n = 9, 16, 25, 36, 49, 64$. Man prüfe die Genauigkeit durch die Probe $A = LL^T$ bzw. $PA = LR$, d.h., man berechne $||A - LL^T||_\infty$ bzw. $||PA - LR||_\infty$. Liefern die vordefinierten MATLAB-Funktionen `chol` bzw. `lu` dieselben Ergebnisse?