

Einführung in die Numerische Mathematik

Programmierübung 4

Aufgabe 4.1

Man berechne die natürlichen interpolierenden Splines zu den Funktionen

$$f(x) = |x|^{1/2}, \quad -1 \leq x \leq 1$$

und

$$g(x) = (1 + 25x^2)^{-1}, \quad -1 \leq x \leq 1$$

jeweils zu den Stützstellen $x_i = -1 + ih$ ($i = 0, \dots, 2/h$) für die Schrittweiten

$$h = 1/5, 1/10, 1/15, 1/20.$$

Man stelle die Splines grafisch dar und vergleiche ihre Graphen mit den richtigen Funktionsverläufen sowie mit den Ergebnissen der praktischen Aufgabe 3.1 (Lagrange Interpolation), soweit vorhanden. Die bei der Berechnung auftretenden tridiagonalen Gleichungssysteme löse man – unter MATLAB – mit Hilfe der Linksdivision ($\mathbf{x}=\mathbf{A}\backslash\mathbf{b}$) oder vorzugsweise mit einer eigenen Implementierung des Gaußschen Eliminationsverfahrens (Aufgabe 2.1).

Aufgabe 4.2

Man benutze die rekursive Darstellung der Gauß-Legendre- und Tschebyscheff-Polynome L_k und T_k auf dem Intervall $[0, 1]$

$$\begin{aligned} L_0(x) &= 1, & L_1(x) &= x, & L_{k+1}(x) &= xL_k(x) - \frac{k^2}{4k^2 - 1}L_{k-1}(x) \\ T_0(x) &= 1, & T_1(x) &= x, & T_{k+1}(x) &= 2xT_k(x) - T_{k-1}(x) \end{aligned}$$

zur Auswertung und grafischen Darstellung dieser Polynome für $k = 0, \dots, 5$.