Stochastik II

Blatt 1

Abgabetermin: In der ersten Übung

Aufgabe 1

Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussage:
Die Verteilungsfunktion F eines Wahrscheinlichkeitsmaßes P auf $\mathbb{R}$ ist stetig auf $\mathbb{R}$ genau dann, wenn $P(\{x\}) = 0$ für $x \in \mathbb{R}$ gilt.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Fouriertransformierten der folgenden Wahrscheinlichkeitsmaße:

a) der Binomialverteilungen $B_{n,p}$,

b) der Poissonverteilungen Π_λ,

c) der Exponentialverteilungen e_λ mit Dichte $f_\lambda(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ auf $[0, \infty[$.

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass folgende Abbildungen schwach stetig sind:

a) $[0,1] \to M^1(\mathbb{R}), p \mapsto B_{n,p}$

b) $\mathbb{R} \to M^1(\mathbb{R}), \mu \mapsto N(\mu, 1)$.

Aufgabe 4

Zeigen Sie für $f, g, h \in L^1(\mathbb{R}^d, \lambda^d)$:

a) Ist $h \geq 0$ und $\int_{\mathbb{R}^d} h d\lambda^d = 0$, so ist $h \equiv 0$ λ^d-fast überall.

b) $f = g$ λ^d-fast überall gilt ganau dann, wenn $\int_A f d\lambda^d = \int_A g d\lambda^d$ für alle $A \in \mathcal{B}(\mathbb{R}^d)$ gilt.

Aufgabe 5

Zeigen Sie:
Sind $\mu, \nu \in M^1(\mathbb{R}^d)$ Wahrscheinlichkeitsmaße, so dass $\int f d\mu = \int f d\nu$ für alle $f \in C_c(\mathbb{R}^d)$ gilt, so gilt $\mu = \nu$.
(Tipp: Gehen Sie wie im Beweis von Satz 1.6 in der Vorlesung vor.)