Übungen zur Vorlesung Topologie

Wintersemester 2005/06

Blatt 14

Abgabe: Montag, 06.02.2006, 10.00 Uhr, Kastennummer 60

Aufgabe 60:

Seien $p : X \to Y$ und $q : Y \to Z$ Überlagerungen. Zeigen Sie, dass dann auch $q \circ p : X \to Z$ eine Überlagerung ist.

Aufgabe 61:

Sei G eine Gruppe und H eine Untergruppe. Zeigen Sie:

a. Der Normalisator N_H von H in G ist eine Untergruppe von G,

b. H ist normal in N_H,

b. N_H ist die größte Untergruppe von G, in der H normal ist.

Aufgabe 62:

a. Zeigen Sie dass $p : I\!R^n \to T^n := (S^1)^n \subset \mathbf{C^n}$, $p(x) = (exp(x_1), exp(x_2), ..., exp(x_n))$ eine Überlagerung ist.

b. Bestimmen Sie alle Decktransformationen $f \in A(I\!R^n, p)$

c. Bestimmen Sie die Fundamentalgruppe: $\pi_1(T^n, (1, ..., 1))$.

Aufgabe 63:

Sei X weg-zusammenhängend und sei $p : (X, x_0) \to (B, b_0)$ eine Überlagerung. Für $[\omega] \in \pi_1(B, b_0)$ sei $\Phi([\omega]) = \tilde{\omega}(1)$, wobei $\tilde{\omega}$ die Hochhebung von ω mit $\tilde{\omega}(0) = x_0$ ist. Zeigen Sie:

a. $\Phi : \pi_1(B, b_0) \to p^{-1}(b_0)$ ist wohldefiniert,

b. Φ ist surjektiv.

c. Falls $\pi_1(X, x_0) = \{[e]\}$, wobei $e(t) = x_0$, dann ist Φ injektiv.