

## ÜBUNGSBLATT 7

Abgabe in die Briefkästen bis Mittwoch, 31.05.2006, 10 Uhr

### Aufgabe 1. (4 Punkte)

- a) Bestimmen Sie die Tangentialebene an den Graphen von  $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  im Punkt  $(1, 1, 1)$  für  $h(x, y) := \frac{x^y}{y^x}$ .
- b) Sei  $f : \mathbb{R}^{n \times n} \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$  mit  $f : A \mapsto A^T A$ . Zeigen Sie, dass

$$Df(A)(B) = A^T B + B^T A.$$

### Aufgabe 2. (4 Punkte)

Bestimmen Sie den achsenparallelen Quader größten Volumens, der dem Ellipsoid

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1\}$$

einbeschrieben ist.

### Aufgabe 3. (4 Punkte)

Bestimmen Sie mit Hilfe der Lagrange-Multiplikatorenregel alle möglichen lokalen Extremstellen von  $f$  unter der Nebenbedingung  $g(x, y) = 0$ .

$$f(x, y) := x^2 + y^2 \quad g(x, y) := x^3 + y^3 + 1 = 0.$$

Können Sie entscheiden, ob Ihre gefundenen Kandidaten tatsächlich lokale Extrema sind? Zeichnen Sie hierfür die Niveaumenge  $g^{-1}(0)$ .

### Aufgabe 4. (4 Punkte)

Sei  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x, y) = \frac{1}{2}y^2 - \cos x$ .

Bestimmen Sie alle  $c \in \mathbb{R}$ , so dass  $f^{-1}(c)$  eine eindimensionale Untermannigfaltigkeit von  $\mathbb{R}^2$  ist.

Fertigen Sie eine Skizze mit einer sinnvollen Auswahl von Niveaumengen an.