

Analysis II für Lehramt Gymnasium

3. Übungsblatt, SS 2006

Abgabe bis Freitag, 21. April 2006, 10.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1

Berechnen Sie die Länge der Graphen folgender Funktionen:

a) $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln x$

b) $g : [\alpha, 1] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \sqrt{x}, (0 < \alpha < 1)$

Aufgabe 2

Die Funktion $f : \left[\frac{1}{e^2}, 1\right] \rightarrow \mathbb{R}$ sei definiert durch $f(x) = \operatorname{Arcosh}\left(\frac{1}{x}\right) - \tanh\left(\operatorname{Arcosh}\left(\frac{1}{x}\right)\right)$.

a) Zeigen Sie: $f'(x) = \frac{-\sqrt{1-x^2}}{x}$

b) Bestimmen Sie die Länge des Graphen von f .

Aufgabe 3

Die Funktion $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ sei definiert durch $f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{\pi}{x^2}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$.

Zeigen Sie, dass der Graph von f nicht rektifizierbar ist.

Hinweis: Betrachten Sie die Zerlegung $Z_n := \left\{0, \frac{1}{\sqrt{n}}, \frac{1}{\sqrt{n-1}}, \dots, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1\right\}$

Aufgabe 4

Bestimmen Sie jeweils alle $x \in \mathbb{R}$, für die die Reihe konvergent ist, und berechnen Sie gegebenenfalls ihren Reihenwert.

a) $\sum_{k=0}^{\infty} (2x)^{3k+1}$

b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(1+x^2)^k}$

c) $\sum_{k=0}^{\infty} (7-x^2)^{2k}$