UNIVERSITÄT DORTMUND
INSTITUT FÜR ANALYSIS
Prof. Dr. K. Menke

Dortmund, 2.Mai 2006

Analysis II für Lehramt Gymnasium

6. Übungsblatt, SS 2006

Abgabe bis Freitag, 12.Mai 2006, 10.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1

Gegeben sei die Reihe $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, wobei (a_n) definiert ist durch $a_{2n-1} = \dfrac{1}{(2n)!}$, $a_{2n} = \dfrac{1}{(2n-1)!}$.

a) Wenden Sie das Quotienten- und das Wurzelkriterium an.

b) Zeigen Sie, dass die Reihe absolut konvergent ist. (Hinweis: Betrachten Sie eine geeignete Umordnung.)

Aufgabe 2

Bestimmen Sie jeweils alle $x \in \mathbb{R}$, für die die Reihe $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ (absolut) konvergiert:

a) $a_n = \dfrac{x^n}{2n+1}$ b) $a_n = \left(x + \dfrac{1}{n}\right)^n$

Aufgabe 3

Zeigen oder widerlegen Sie:

a) Ist (b_n) eine beschränkte Folge und $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ eine absolut konvergente Reihe, dann konvergiert die Reihe $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ absolut.

b) Ist (b_n) eine beschränkte Folge und $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ eine konvergente Reihe, dann konvergiert die Reihe $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n b_n$.

Aufgabe 4

Es sei (a_n) eine monoton wachsende und beschränkte Folge positiver reeller Zahlen.

Zeigen Sie, dass die Reihe $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{n+1} - a_n}{a_n}$ konvergiert.