Analysis II für Lehramt Gymnasium

7. Übungsblatt, SS 2006

Abgabe bis Freitag, 19.Mai 2006, 10.00 Uhr, in die Kästen im Foyer.

Aufgabe 1

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz:

a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} n e^{-n}$$

b)
$$\sum_{n=1}^{\infty} {\binom{-1}{2} \choose n} x^n \text{ für } x \in \mathbb{R}$$

$$c) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n (\ln n)^2}$$

Aufgabe 2

Berechnen Sie für $x, y \in \mathbb{R}$ mit Hilfe des Cauchy-Produktes den Ausdruck

$$\left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}\right) \left(\sum_{j=0}^{\infty} \frac{y^j}{j!}\right).$$

Untersuchen Sie insbesondere die Fälle y = -x und y = x = 1.

Aufgabe 3

Gegeben seien die Folgen $(a_n), (b_n), (c_n)$ mit $a_n := b_n := \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$ und $c_n := \sum_{j=0}^n a_j b_{n-j}$.

- a) Zeigen Sie $(j+1)(n-j+1) \leq (\frac{n}{2}+1)^2$ und folgern Sie: (c_n) ist keine Nullfolge.
- b) Existiert das Produkt $\left(\sum_{n=0}^{\infty} a_n\right) \left(\sum_{n=0}^{\infty} b_n\right)$?

Aufgabe 4

- a) Berechnen Sie die Dezimaldarstellung des Bruchs $\frac{23}{54}$.
- b) Schreiben Sie die Zahl 0,65740 als Bruch.