Universität Dortmund
Institut für Analysis
Prof. Dr. K. Menke

Dortmund, 30.Juni 2006

Analysis II für Lehramt Gymnasium

15. Übungsblatt, SS 2006

Keine Abgabe.

Aufgabe 1

Untersuchen Sie, ob die folgenden Funktionen im Nullpunkt vollständig differnzierbar sind.

a) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{\sin x \;\cdot y^2}{x^2+y^2} & ,(x,y) \neq (0,0) \\ 0 & ,(x,y) = (0,0) \end{cases}$.

b) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{x^5 \sin x \;\cdot y^6}{x^2+y^2} & ,(x,y) \neq (0,0) \\ 0 & ,(x,y) = (0,0) \end{cases}$.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie lokale Extrema auf $M = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x > -1\}$ von

$$f(x,y,z) = 4x^2 - x^2y^2 + 7y^2 - 12yz + 12z^2.$$

Aufgabe 3

a) Bestimmen Sie alle lokalen Extrema der Funktion $f(x,y) := xy$ unter der Nebenbedingung $g(x,y) := x^2y - y + 1 = 0$ mit Hilfe der Methode von Lagrange (und zur eigenen Kontrolle durch explizites Auflösen der Nebenbedingung nach y und Einsetzen).

b) Bestimmen Sie den achsenparallelen Quader größten Volumens, der dem Ellipsoid $E := \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1\right\}$ einbeschrieben ist.

Aufgabe 4

a) Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x,y) = y\cos x - y^5 \sin x + 1$. Zeigen Sie: Es gibt ein $\delta > 0$ und eine differenzierbare Funktion $g :]\pi-\delta, \pi+\delta[$, so dass für alle $x \in]\pi-\delta, \pi+\delta[$ gilt: $f(x, g(x)) = 0$ und bestimmen Sie das zweite Taylorpolynom von g an der Stelle π.

b) Zeigen Sie, dass die Gleichung $y + (1+x+y)z - 2z^3 + z^5 = 0$ in einer Umgebung von $(x,y) = (0,0)$ in der Form $z = g(x,y)$ aufgelöst werden kann, wobei g stetig differenzierbar ist mit $g(0,0) = 0$.