Gewöhnliche Differentialgleichungen (So 06)

Aufgabenblatt 4

Aufgabe 13: Bestimmen Sie für jedes Anfangswertproblem

$$\dot{x} = t^2x^2, \quad x(t_0) = x_0, \quad (t_0, x_0) \in \mathbb{R}^2$$

die maximale Lösung und das zugehörige Existenzintervall.

Aufgabe 14: Untersuchen Sie in Abhängigkeit vom Anfangswertpaar (t_0, x_0) die maximalen Existenzintervalle für die Lösungen

$$\lambda(t; t_0, x_0) = \frac{2x_0}{2 + x_0(t_0^2 - t^2)}$$

der Differentialgleichung $\dot{x} = x^2 t$ zum Anfangswert $x(t_0) = x_0$. Stellen Sie die maximalen Existenzintervalle graphisch in der (t_0, x_0)-Ebene dar. Welche der Fälle (a), (b) oder (c) aus Satz 2.5.1 treten auf?

Aufgabe 15: Zeigen Sie, daß das Anfangswertproblem

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m}\dot{x} - \frac{g}{l}\sin(x), \quad x(t_0) = x_0,\ \dot{x}(t_0) = x_1, \quad (t_0, x_0, x_1) \in \mathbb{R}^3$$

eine eindeutig bestimmte Lösung auf ganz $\mathbb{R}$ besitzt.

Aufgabe 16: Bestimmen Sie den Definitionsbereich Ω für die allgemeine Lösung

$$\lambda(t; \tau, \xi) = \frac{2\xi}{2 + \xi(\tau^2 - t^2)}$$

der Differentialgleichung $\dot{x} = x^2 t$. Unterscheiden Sie hierzu die verschiedenen Fälle und berücksichtigen Sie Aufgabe 14.