

**Aufgabe 29:** Wir betrachten das autonome System

$$\dot{x} = y(1 - x^2)^2, \quad \dot{y} = -x(1 - y^2)^2$$

- Skizzieren Sie die Ruhelagen, Isoklinen und Monotoniebereiche.
- Wie lauten die Definitionsbereiche für die Anfangswertprobleme von Satz 5.1.1 Teil (i) bzw. Teil (ii)?
- Skizzieren Sie das Lösungsportrait und das Phasenportrait unter Benutzung der Rechnungen in Beispiel 4.1.8.

**Aufgabe 30:** Beweisen Sie Satz 5.1.8 aus der Vorlesung:

Ist  $F : D \rightarrow \mathbb{R}$  ein erstes Integral für  $(AS)$  unter  $(SV)_5$ , dann gilt

$$F(\varphi(t; \xi, \eta)) = F(\xi, \eta) \quad \text{für alle } (\xi, \eta) \in D, t \in J_{\max}(\xi, \eta).$$

**Aufgabe 31:** Berechnen Sie die Trajektorien des ebenen autonomen Systems

$$\dot{x} = x, \quad \dot{y} = y + x^2$$

und zeichnen Sie das Phasenportrait.

**Aufgabe 32:** Skizzieren Sie das Phasenportrait des Räuber-Beute-Systems

$$\dot{x} = x(\alpha - \beta y), \quad \dot{y} = y(\delta x - \gamma)$$

in den drei biologisch irrelevanten Quadranten.

