

Aufgabe 41: Wir betrachten das System $\dot{x} = A_i x$ ($i = 1, 2$) mit

$$A_1 = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad A_2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie jeweils den zugehörigen Fluß und skizzieren Sie die Phasenportraits qualitativ.

Aufgabe 42: Bestimmen Sie die allgemeine Lösung für

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{2}{t^2} & \frac{2}{t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t \\ 2 \end{pmatrix},$$

indem Sie die Fundamentalmatrix aus Aufgabe 40 und Satz 6.2.7 benutzen.

Aufgabe 43: Finden Sie die allgemeine Lösung für $\dot{x} = Ax + g$ mit

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad g(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ e^{-t} \end{pmatrix},$$

indem Sie die aus der Vorlesung bekannte Fundamentalmatrix

$$\begin{pmatrix} e^{-t} & 0 & 0 \\ te^{-t} & e^{-t} & 0 \\ 1 - e^{-t} - te^{-t} & 1 - e^{-t} & 1 \end{pmatrix}$$

benutzen.

Aufgabe 44: Finden Sie die reelle Matrizen A und B , für die $e^{At}e^{Bt} \neq e^{(A+B)t}$ gilt.

