

2. Übungsblatt zu Funktionentheorie I

SS 2006, 12.04.2006

Aufgabe 5 Es sei $D = \left\{ z \in \mathbb{C} : |z| < 1 \text{ und } \left| z + \frac{1}{2} \right| > \frac{1}{2} \right\}$ und $T(z) = \frac{1}{z+1}$.

- Skizzieren Sie D .
- Bestimmen und skizzieren Sie das Gebiet $D_1 = T(D)$.
- Bestimmen und skizzieren Sie das Bild D_2 von D_1 unter $f(z) = e^{2\pi iz}$.
- Bestimmen Sie eine Abbildung (Möbiustransformation) von D_2 auf \mathbb{D} .

Aufgabe 6 Es sei $D = \{z \in \mathbb{C} : |z+1| < 2 \text{ und } |z-1| < 2\}$.

- Skizzieren Sie D .
- Bestimmen Sie eine Möbiustransformation und einen Winkel α , die D auf das Gebiet $D_1 = \{z \in \mathbb{C} : |\arg z| < \alpha\}$ abbildet.
- Geben Sie eine Abbildung des Gebietes D_1 auf \mathbb{D} an.
- Bilden Sie nun eine Abbildung des Gebietes D auf \mathbb{D} und verfolgen Sie den Punkt 0 aus D bis in \mathbb{D} (Skizze!).

Aufgabe 7 Die Joukowskifunktion J sei durch $J(z) = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right)$ definiert.

- Bestimmen und skizzieren Sie für $0 < r < \infty$ das Bild von $\{z \in \mathbb{C} : |z| = r\}$ unter J .
- Bestimmen und skizzieren Sie das Bild des Kreisringes $R = \{z \in \mathbb{C} : \frac{1}{2} < |z| < 2\}$ unter J . Ist die Abbildung $J : R \rightarrow J(R)$ injektiv?

Aufgabe 8 Es sei $f(z) = e^z$. Bestimmen und skizzieren Sie das Bild folgende Gebiete unter f .

- $A = \{z \in \mathbb{C} : 0 < \operatorname{Im} z < 1 \text{ und } \operatorname{Re} z > 0\}$
- $B = \{z \in \mathbb{C} : -1 < \operatorname{Im} z < 1 \text{ und } \operatorname{Re} z > 0\}$