Prof. Dr. Norbert Steinmetz
Martin Hülsmann

Fachbereich Mathematik
Universität Dortmund

4. Übungsblatt zu Funktionentheorie I
SS 2006, 26.04.2006

Aufgabe 14 Die Funktion f habe in 0 eine Polstelle oder eine wesentliche Singularität. Zeigen Sie, dass e^f eine wesentliche Singularität in 0 besitzt.

Aufgabe 15 Für ein $r > 0$ sei f holomorph in $K_r(0)$ mit $f(0) = 0$ und $f'(0) = 1$. Zeigen Sie, dass für $k \geq 2$, k natürliche Zahl, in einer Umgebung von 0 eine holomorphe Funktion g existiert, die

$$(g(z))^k = f(z^k) \text{ mit } g(0) = 0 \text{ und } g'(0) = 1$$

erfüllt.

Aufgabe 16 Es sei f ganz und $\omega_k = e^{2\pi i/k}$ die k-ten Einheitswurzeln. Für f gelte $f(\omega_k) = \omega_k f(z)$. Zeigen Sie, dass $f(z) = zg(z^k)$ für eine ganze Funktion g gilt.

Aufgabe 17 Bestimmen Sie eine möglichst große Kreisscheibe $\{w \in \mathbb{C} : |w| < r\}$, in der Funktion $f(z) = \sin z$ eine Umkehrfunktion besitzt, die 0 auf 0 abbildet. Drücken sie die Umkehrfunktion durch Logarithmen und Wurzeln aus.

Aufgabe 18 Es sei $Q = \{z \in \mathbb{C} : |\operatorname{Re} z| \leq 1, |\operatorname{Im} z| \leq 1\}$. Bestimmen Sie mit wenig Rechenaufwand alle Punkte $z \in Q$, für die das Produkt der Abstände von z zu den vier Eckpunkten von Q maximal ist. (Hinweis: Maximumprinzip)

Abgabe: Dienstag, 02.05.2006, bis 12:00 Uhr, in den Briefkasten Nr. 36 im Mathematik-Foyer.