

8. Übungsblatt zu Funktionentheorie I SS 2006, 24.05.2006

Aufgabe 32 Beweisen Sie die Partialbruchentwicklung

$$\frac{1}{e^z - 1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{z} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2z}{z^2 + 4\pi^2 n^2}$$

Aufgabe 33 Bestimmen Sie die Produktentwicklung von $e^z - e^{iz}$.

Aufgabe 34 Bestimmen Sie mit dem Satz von Mittag-Leffler eine Funktion f mit

a) für $n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ habe f den Hauptteil $\frac{n}{z - n}$

b) für $\omega = n + im$ mit $n, m \in \mathbb{Z}$ habe f den Hauptteil $\frac{1}{z - \omega}$

Aufgabe 35 Für $|\lambda| < 1$ sei $B(z) = z \frac{z + \lambda}{1 + \bar{\lambda}z}$. Die Folge (B_n) sei durch $B_n = \underbrace{B \circ B \circ \dots \circ B}_{n\text{-mal}}$

definiert. Zeigen Sie, dass B_n in \mathbb{D} lokal glm. gegen 0 konvergiert.

Hinweis: Zeigen Sie, dass durch $q(r) := \max \left\{ \left| \frac{z + \lambda}{1 + \bar{\lambda}z} \right| : |z| = r \right\}$ für $0 < r < 1$ eine streng monoton wachsende Funktion mit $q(r) < 1$ definiert ist.