

13. Übungsblatt:
Numerische Algorithmen / Numerische Lineare Algebra
(Lineare Optimierung)

Abgabe: 05.07.2006, 10:00 Uhr (Briefkasten)

Aufgabe 43

(8 Punkte)

Gegeben seien die LPs

$$\begin{array}{ll} \max & c^T x \\ \text{(LP)} & Ax \leq b \\ & x \geq 0 \end{array} \quad \text{und} \quad \begin{array}{ll} \max & c^T x \\ \text{(LP}_\Delta) & Ax \leq b + \Delta \\ & x \geq 0. \end{array}$$

x^* sei eine nichtdegenerierte optimale Basislösung von (LP) mit Wert $z^* = c^T x^*$. Zeige: Dann gibt es eine optimale Basislösung π^* des zu (LP) dualen Programms und ein $\epsilon > 0$, so dass (LP_Δ) für alle $\Delta \in \mathbb{R}^m$ mit $-\epsilon < \Delta_i < \epsilon, i = 1, \dots, m$ eine Optimallösung mit Wert

$$z^* + \pi^{*T} \Delta$$

besitzt.

Aufgabe 44

(6 Punkte)

Löst folgendes Problem mit dem Simplexalgorithmus unter Verwendung der lexikographischen Auswahlregel:

$$\begin{array}{llllll} \max & x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 \\ & x_1 & + & 4x_2 & + & 6x_3 & \leq & 4 \\ & - & x_1 & + & x_2 & + & 4x_3 & \leq & 1 \\ & x_1 & + & 3x_2 & + & x_3 & \leq & 6 \\ & & & & & x_1, x_2, x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

Aufgabe 45

(6 Punkte)

Löst folgendes Problem mit dem dualen Simplexalgorithmus unter Verwendung des Tucker-Tableaus:

$$\begin{array}{llllll} \max & - & x_1 & - & 3x_2 & & & & \\ & - & x_1 & - & 2x_2 & \leq & - & 3 & \\ & - & 3x_1 & - & 2x_2 & \leq & - & 6 & \\ & - & x_1 & & & \leq & - & 1 & \\ & & & & & x_1, x_2 & \geq & 0 & \end{array}$$

Aufgabe 46

(10 WM– Punkte)

Frau Merkel hat folgendes Problem: In ihrem Kabinett sitzen m Minister M_1, \dots, M_m ($m \in \mathbb{N}$), und bei jedem von insgesamt n WM-Spielen S_1, \dots, S_n ($n \in \mathbb{N}, n \geq m$) soll bzw. muss ein Minister anwesend sein. Die n Spiele finden zu den Zeitpunkten t_1, \dots, t_n statt, wobei die t_i nicht alle verschieden sein müssen (d.h. es können mehrere Spiele gleichzeitig stattfinden). Bei jedem Spiel soll genau ein Minister anwesend sein. Natürlich hat jeder Minister eine bzw. mehrere Lieblingsmannschaften. Betrachtet dazu eine Funktion

$$p : \{M_1, \dots, M_m\} \times \{S_1, \dots, S_n\} \longrightarrow \{1, \dots, n\},$$

die jedem Minister und jedem Spiel eine Priorität zuweist (dabei bedeutet ein hoher Funktionswert auch eine hohe Priorität). Außerdem hat auch Frau Merkel ihre Vorlieben und kann manche Minister besser leiden als andere. Dazu wird eine Funktion

$$w : \{M_1, \dots, M_m\} \longrightarrow \{1, \dots, m\}$$

definiert, die die Beliebtheit eines Ministers angibt (auch hierbei bedeutet ein hoher Funktionswert große Beliebtheit).

Ziel ist es nun, möglichst viele Minister unter Berücksichtigung obiger Bedingungen zufriedenzustellen. Wie würde Frau Merkel dabei vorgehen?

Formuliert dieses Problem als LP. Führt dazu $\{0, 1\}$ -wertige Variablen für jeden Minister und jedes Spiel ein, die angeben, ob der Minister zu diesem Spiel geht oder nicht.

Programmieraufgabe 2, Teil 2

In der letzten Programmieraufgabe sollt Ihr den dualen Simplexalgorithmus mit Hilfe des Tucker-Tableaus implementieren. Mehr dazu findet Ihr an der entsprechenden Stelle auf der Homepage dieser Lehrveranstaltung.