Universität Dortmund
Lehrstuhl Mathematik IV
Prof. Dr. W. Hazod

11.05.2006

Wahrscheinlichkeitsrechnung (Stochastik I) SoSe 2006

Blatt 5

Aufgabe 23 **a)** $F = F_\mu$ sei die Verteilungsfunktion einer Wahrscheinlichkeitsverteilung $\mu \in \mathcal{M}^1(\mathbb{R})$. F sei strikt monoton wachsend und stetig auf $[a, b]$, wobei $F(x) = 0$ für $x \leq a$ und $= 1$ für $x \geq b$ ist . Dabei sind $a = -\infty$ und $b = \infty$ zugelassen. γ bezeichne die Gleichverteilung auf $[0, 1]$. Dann existieren monoton wachsende stetige Funktionen $h,\ g$ mit $h(\gamma) = \mu$ und $g(\mu) = \gamma$.
[Hinweis: Welche Gestalt muß die Verteilungsfunktion $F_{g(\mu)}$ haben?]
b) Erläutern Sie dies anhand einer Exponentialverteilung bzw. einer Normalverteilung.
c) Sei γ wie in a) und sei $\mu = \sum_{i=1}^{N} p_i \epsilon_{x_i}$ eine diskrete Verteilung. Geben Sie in diesem Fall eine monotone Funktion h an mit $h(\gamma) = \mu$.

Aufgabe 24 Sei $\xi_n,\ n \geq 1$, eine Markoffkette mit Werten in $\{1, \ldots 4\}$. $\vec{p}^{(n)} = (p_1^{(n)}, p_2^{(n)}, p_3^{(n)}, p_4^{(n)})$ die Verteilung von ξ_n für ein (festes) $n = n_0 \in \mathbb{Z}_+$. Dabei sei $0 < p_i^{(n)} < 1$ vorausgesetzt.
Die Ereignisse $A,\ B, C$ seien wie folgt definiert: $A := \{\xi_n = 1\}$, $B := \{\xi_n \in \{1, 2, 3\}\}$ und $C := \{\xi_n \in \{2, 3\}\}$.
Bestimmen Sie die bedingten Wahrscheinlichkeiten

$W(A|B)$, $W(B|A)$ und $W(A \cup C|B)$.

Aufgabe 25 **a)** ξ sei eine Zufallsvariable mit Exponentialverteilung E_λ (mit Parameter $\lambda > 0$). Berechnen Sie

$$W\left(\tfrac{1}{\lambda} < \xi \leq \tfrac{2}{\lambda} | \xi > \tfrac{1}{\lambda}\right) \qquad (*)$$

b) Analog. Nun habe ξ eine Weibullverteilung, d.h.

$$W(\xi \leq x) = \left(1 - e^{-\lambda \cdot x^\beta}\right) \cdot 1_{\mathbb{R}_+}(x), \quad \lambda,\ \beta > 0.$$

Geben Sie die Dichte der Verteilung an. Berechnen Sie $(*)$ in diesem Fall.
c) $X > 0$ sei eine reelle Zufallsvariable. Unter welchen Voraussetzungen sind für jedes $x > 0$ und $t > 0$ die Ereignisse $A_{t.x} := \{X \leq x + t\}$ und $B_t := \{X > t\}$ unabhängig, d.h., wann gilt $W(A_{t,x} \cap B_t) = W(A_{t,x}) \cdot W(B_t)$?

Abgabe
in den Kästen im Foyer bis 17.5.06 16 Uhr

Sprechstunden im SoSe 2006
W. Hazod: *Dienstag, 11–12, Mittwoch, 12–13: M 627*
Tel.: 3055 *e-mail: Wilfried.Hazod@math.uni-dortmund.de*

P. Becker-Kern: *Dienstag, 10–11: M 625*
Tel.: 3099 *email: pbk@mathematik.uni-dortmund.de*
K. Kosfeld: *Dienstag, 10–11 : M 630*
Tel.: 5917 *e-mail: Katrin.Kosfeld@uni-dortmund.de*
Dominik Langenscheidt: *Mittwoch 12 - 13: M 613*
Tel.: 3432 *e-mail: dominik.langenscheidt@**uni-dortmund.de***

Zusatzübungen Lehramt:
N. Thyssen: *Dienstag, 10–11: M 613*
Tel.: 3432 *e-mail: nadine.thyssen@uni-dortmund.de*