



Übungsaufgaben Analysis I, Blatt 1 Abgabe 24.10.06, 18 Uhr

1. Man bilde die Negation folgender Aussage:

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x, y \in \mathbb{R} : |x - y| < \delta \Rightarrow |x^2 - y^2| < \varepsilon.$$

Ist diese Aussage richtig?

2. Welche Zahlen $x \in \mathbb{R}$ erfüllen die Ungleichungen

$$x + 1 \leq 2|x| \leq x + 2 \quad \text{bzw.} \quad |5x + 3| - |3x - 2| \geq 5?$$

3. Man beweise:

- (i) Das additive und multiplikative Inverse in einem Körper sind eindeutig.
- (ii) Man zeige die Formel: $0 = -0$.

4. Sei $n \in \mathbb{N}$. Man zeige:

$$(i) \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1).$$
$$(ii) \sum_{k=1}^n k^3 = \left(\sum_{k=1}^n k \right)^2 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2.$$

5. Man beweise induktiv, daß endliche Mengen $M \subseteq \mathbb{R}$ ein Maximum und ein Minimum besitzen.