



## Übungsaufgaben Analysis I, Blatt 4 Abgabe 14.11.06, 18 Uhr

1. Man untersuche die angegebenen Folgen auf Konvergenz und bestimme ggf. Die Grenzwerte:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } a_n = \frac{4n^3 - (-1)^n n^2}{5n + 2n^3}, & \text{b) } a_n = \frac{3n^4 + n^n}{5^n + 4^n n!}, & \text{c) } a_n = \frac{2^{n^3}}{n! \cdot 5^{n^2} + n^n}, \\ \text{d) } a_n = \frac{(n^3 - 5n)^4 - n^{12}}{n^{11}}, & \text{e) } a_n = \frac{1}{h_n}, h_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}, & \text{f) } a_n = 2^{-n} \cdot \binom{n}{k}. \end{array}$$

2. Es seien  $(a_n)$  eine Nullfolge und  $(b_n)$  eine beschränkte Folge. Man zeige, daß auch  $(a_n \cdot b_n)$  eine Nullfolge ist.

3. Es gelte  $a_n \rightarrow a \neq 0$  und  $b_n \rightarrow 0$ ,  $b_n \neq 0$ . Man zeige  $\left| \frac{a_n}{b_n} \right| \rightarrow +\infty$ .

4. Man finde eine unbeschränkte Folge, die weder nach  $+\infty$ , noch nach  $-\infty$  strebt.

5. Es sei  $(a_n)$  eine Folge mit  $a_n \neq 2$  für alle  $n$ , so daß  $a_n \rightarrow 2$ . Existiert dann  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n^3 - 8}{a_n - 2}$ ?

6\* (Zusatzaufgabe). Man finde eine beschränkte divergente Folge  $(a_n)$  mit  $|a_{n+1} - a_n| \rightarrow 0$ .