



Übungsaufgaben Analysis I, Blatt 6 Abgabe 28.11.06, 18 Uhr

1. Man berechne die Grenzwerte:

(i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+7)^2 \sqrt{x+2}}{7x^2 \sqrt{x} - 2x \sqrt{x}}$.

(ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 1} - x)$.

2. In welchen Punkten sind folgende Funktionen $f_i : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, ($i = 1, 2, 3, 4$) stetig?

(i) $f_1(x) = H(x-2)$

(ii) $f_2(x) = (x^2 - 1)D(x)$

(iii) $f_3(x) = xW(x)$

(iv) $f_4(x) = B(x)D(x)$

3. Für Funktionen $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R}$ beweise oder widerlege man die folgenden Aussagen:

a) f ist stetig in $a \Leftrightarrow |f|$ ist stetig in a .

b) f, g stetig in $a \Rightarrow \max\{f, g\}, \min\{f, g\}$ stetig in a .

c) f, g stetig in $a \Leftrightarrow f \cdot g$ stetig in a .

4. Für $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gelte $\lim_{h \rightarrow 0} (f(x+h) - f(x-h)) = 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Folgt daraus die Stetigkeit von f ?

5. Es seien $I \subseteq \mathbb{R}$ ein Intervall und $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ monoton, so dass $f(I)$ ein Intervall ist. Man zeige, dass f stetig ist.