UNIVERSITÄT DORTMUND

Fachbereich Mathematik
Institut für Analysis
Prof. Dr. Winfried Kaballo

Übungsaufgaben Analysis I, Blatt 10

Abgabe 9.01.07, 18 Uhr

1. (i) Es sei $t \in \mathcal{T}([-2,2])$ definiert durch $t(x) := [x^2]$, wobei $[\cdot]$ die Gaussklammer ist. Man berechne $S(t)$.
(ii) Für $t, u \in \mathcal{T}(J)$ mit $t \leq u$ zeige man $S(t) \leq S(u)$.

2. Es sei Z die Zackenfunktion. Ist $Z|_{[0,3]}$ eine Regelfunktion? Man bestimme

$$\int_0^3 Z(x)dx.$$

3. Man untersuche, ob folgende Funktionen in $\mathcal{R}[0,1]$ liegen:
(i) Die Wackelfunktion W aus Beispiel 7.15 c).
(ii) Die Dirichlet-Funktion D aus Beispiel 7.16 a).
(iii) Die Stammbrüche-Funktion B aus Beispiel 7.16 b).

4. Es sei $f : (a,b] \to \mathbb{R}$ stetig und beschränkt. Man zeige die Existenz von $\lim\limits_{c \to a^+} \int_c^b f(x)dx$.

5. (i) Es sei $f \in \mathcal{C}(J)$ mit $\int_J |f(x)|dx = 0$. Man zeige $f = 0$.
(ii) Für $f \in \mathcal{R}(J)$ beweise man:

$$\int_J |f(x)|dx = 0 \;\Leftrightarrow\; \forall c \in J \;:\; f(c^-) = f(c^+) = 0.$$

Frohe Weihnachten und einen guten Rutsch ins Neue Jahr!