



Übungsaufgaben Analysis I, Blatt 14 Abgabe 6.02.07, 18 Uhr

1. Man berechne Partialbruchzerlegung und Stammfunktionen zu den rationalen Funktionen $\frac{4x^5}{x^4 - 2x^2 + 1}$ und $\frac{3x^2 + 7x - 1}{x^3 - 3x - 2}$.

2. Man zeige $\int_0^\infty \frac{x^2}{1+x^4} dx = \int_0^\infty \frac{dx}{1+x^4}$. Hinweis: man substituiere $x = \frac{1}{y}$.

3. Für folgende Funktionen bestimme man Stammfunktionen über geeigneten Intervallen:

a) $\frac{1}{\sin x}$, b) $\frac{e^x - 1}{e^x + 1}$, c) $\frac{3 \cos x \sin^2 x}{1 + \sin^2 x}$.

4. Man zeige: $(\cosh x + \sinh x)^n = \cosh nx + \sinh nx$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$.

5. Man untersuche folgende Reihen auf Konvergenz:

a) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k+1}{2^k}$,

b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k+1)^k}{k^{k+1}}$,

c) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(k!)^2}{(2k)!}$,

d) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{(\log k)^3}$,

e) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\log k}$.