

Übungen zu Analysis I für Lehramt Gymnasium  
**Blatt 3**

Abgabe: Montag, 13.11., 10 Uhr, in die jeweiligen Kästen im Mathe-Foyer

**Aufgabe 9:** Für  $n \in \mathbb{N}$  beweisen Sie induktiv die binomische Formel

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0 \quad .$$

**Aufgabe 10:** Zeigen Sie die Gültigkeit der Formeln

$$\sin(2s) = 2 \sin s \cos s \quad , \quad \cos(2s) = \cos^2 s - \sin^2 s$$

für  $s \in \mathbb{R}$  und leiten Sie Formeln für  $\sin(3s)$  und  $\cos(3s)$  her.

**Aufgabe 11:** Es sei  $f : M \mapsto N$  eine Abbildung und es seien  $A, A' \subseteq M$  und  $B, B' \subseteq N$ . Zeigen Sie:

$$f(A \cup A') = f(A) \cup f(A') \quad , \quad f^{-1}(B \cap B') = f^{-1}(B) \cap f^{-1}(B').$$

**Aufgabe 12:** Für Mengen  $A, M, N$  und Abbildungen  $f : A \mapsto M$ ,  $g : A \mapsto N$  sei  $h : A \mapsto M \times N$  die Abbildung mit  $h(a) = (f(a), g(a))$  für  $a \in A$ . Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

$$f, g \text{ surjektiv} \Rightarrow h \text{ surjektiv} \quad , \quad h \text{ injektiv} \Rightarrow f, g \text{ injektiv.}$$