

Übungen zu Analysis I für Lehramt Gymnasium
Blatt 3

Abgabe: Montag, 13.11., 10 Uhr, in die jeweiligen Kästen im Mathe-Foyer

Aufgabe 9: Für $n \in \mathbb{N}$ beweisen Sie induktiv die binomische Formel

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0 \quad .$$

Aufgabe 10: Zeigen Sie die Gültigkeit der Formeln

$$\sin(2s) = 2 \sin s \cos s \quad , \quad \cos(2s) = \cos^2 s - \sin^2 s$$

für $s \in \mathbb{R}$ und leiten Sie Formeln für $\sin(3s)$ und $\cos(3s)$ her.

Aufgabe 11: Es sei $f : M \mapsto N$ eine Abbildung und es seien $A, A' \subseteq M$ und $B, B' \subseteq N$. Zeigen Sie:

$$f(A \cup A') = f(A) \cup f(A') \quad , \quad f^{-1}(B \cap B') = f^{-1}(B) \cap f^{-1}(B').$$

Aufgabe 12: Für Mengen A, M, N und Abbildungen $f : A \mapsto M$, $g : A \mapsto N$ sei $h : A \mapsto M \times N$ die Abbildung mit $h(a) = (f(a), g(a))$ für $a \in A$. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

$$f, g \text{ surjektiv} \Rightarrow h \text{ surjektiv} \quad , \quad h \text{ injektiv} \Rightarrow f, g \text{ injektiv.}$$