

Übungen zu Analysis I für Lehramt Gymnasium
Blatt 5

Abgabe: Montag, 27.11., 10 Uhr, in die jeweiligen Kästen im Mathe-Foyer

Aufgabe 17: Untersuchen Sie die angegebenen Folgen auf Konvergenz und bestimmen Sie ggf. die Grenzwerte:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad a_n &= \frac{4n^3 - (-1)^n n^2}{5n + 2n^3} & \text{(b)} \quad a_n &= \frac{n! - 5}{3n^4 + 7^n} \\ \text{(c)} \quad a_n &= \frac{(n^3 - 5n)^4 - n^{12}}{n^{10}} & \text{(d)} \quad a_n &= \frac{3n^2 + \sqrt{n3^n}}{2^n} \end{aligned}$$

Aufgabe 18: Untersuchen Sie die angegebenen Folgen auf Konvergenz und bestimmen Sie ggf. die Grenzwerte:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad a_n &= \frac{\cos(3n)}{\sqrt{\sqrt{n}}} & \text{(b)} \quad a_n &= \sin \frac{n\pi}{10} \\ \text{(c)} \quad a_n &= \sqrt{n^4 + an^3 + bn^2 + cn + d} - n^2 \quad \text{für } a, b, c, d \geq 0. \end{aligned}$$

Aufgabe 19:

- (a) Es gelte $a_n \rightarrow a \neq 0$ und $0 \neq b_n \rightarrow 0$. Zeigen Sie anhand der Definitionen $\left| \frac{a_n}{b_n} \right| \rightarrow \infty$.
- (b) Geben Sie ein Beispiel einer unbeschränkten Folge, die weder nach $+\infty$ noch nach $-\infty$ strebt.

Aufgabe 20: Es gelte $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$ mit $a_n \neq 2$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Existiert dann

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n^3 - 8}{a_n - 2} \quad ?$$

VORBEREITUNG FÜR DIE PRÄSENZÜBUNGEN: Bestimmen Sie mit dem Taschenrechner die Lösung (x, y) des linearen Gleichungssystems

$$\begin{aligned} 1.2969 \cdot x + 0.8648 \cdot y &= a \\ 0.2161 \cdot x + 0.1441 \cdot y &= b \end{aligned}$$

einmal für $(a, b) = (0.86419999, 0.14400001)$ und zum anderen für die gerundeten Werte $(a, b) = (0.8642, 0.1440)$. Notieren Sie sich das Ergebnis und bringen Sie es zur nächsten Präsenzübung (28./29.11.) mit.