

Übungen zu Analysis I für Lehramt Gymnasium  
**Blatt 7**

Abgabe: Montag, 11.12., 10 Uhr, in die jeweiligen Kästen im Mathe-Foyer

**Aufgabe 25:** Für das Intervall  $I = (0, \infty)$  sei  $f : I \mapsto \mathbb{R}$  die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{x}.$$

Zeigen Sie unter Verwendung der Definition (keine Ableitungsregeln!), dass  $f$  in  $a \in I$  differenzierbar ist und bestimmen Sie die Ableitung  $f'(a)$ .

**Aufgabe 26:** Berechnen Sie die Grenzwerte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^4}} \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+7)^2 \sqrt{x+2}}{7x^2 \sqrt{x} - 2x \sqrt{x}}.$$

**Aufgabe 27:** Für Funktionen  $f, g : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  und  $a \in \mathbb{R}$  beweise oder widerlege man die folgenden Aussagen:

- (a)  $f$  stetig in  $a \iff |f|$  stetig in  $a$ .
- (b)  $f, g$  stetig in  $a \iff f \cdot g$  stetig in  $a$ .

**Aufgabe 28:** Für  $-\infty < a < b < \infty$  sei  $f : [a, b] \mapsto \mathbb{R}$  stetig. Konstruieren Sie eine stetige Fortsetzung von  $f$  auf ganz  $\mathbb{R}$ . Weisen Sie insbesondere die Stetigkeit Ihrer Fortsetzung in  $a$  und  $b$  nach.