Universität Dortmund
Fachbereich Mathematik
Institut für Analysis
Prof. Dr. W. Kaballo

WS 2006/07

Übungen zu Analysis I für Lehramt Gymnasium
Blatt 11

Abgabe: Montag, 22.01., 10 Uhr, in die jeweiligen Kästen im Mathe-Foyer

Aufgabe 41: Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

(a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan x - x}{x^3}$, (b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\arcsin x}{x}$,

(c) $\lim\limits_{x\to 0} x \cdot \cot x$, (d) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\tan x}{\cot(x + \frac{\pi}{2})}$.

Aufgabe 42: Es sei I ein offenes Intervall, $a \in I$ und $f \in \mathcal{C}^3(I)$ mit $f''(a) = 0$ und $f'''(a) \neq 0$. Beweisen Sie, dass f in a einen Wendepunkt hat.

Aufgabe 43: Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen f alle Teilintervalle des Definitionsbereichs, auf denen f konvex bzw. konkav ist, und geben Sie die Wendepunkte an:

(a) $f(x) = x^4 - 8x^3 - 6x + \sqrt{5}$, (b) $f(x) = \cot x$,

(c) $f(x) = \arccos x$, (d) $f(x) = \operatorname{arccot} x$.

Aufgabe 44: Es seien $f : I \mapsto J$ konvex und $g : J \mapsto \mathbb{R}$ konvex und monoton wachsend. Zeigen Sie:

(a) Sind f und g differenzierbar, so ist $f \circ g$ konvex.

(b) Die Aussage in (a) gilt auch ohne die Voraussetzung der Differenzierbarkeit.

(c) Gilt auch $f \circ g$ konvex, wenn g nicht monoton wachsend ist?