

Übungen zu Analysis I für Lehramt Gymnasium  
**Blatt 12**

Abgabe: Montag, 29.01., 10 Uhr, in die jeweiligen Kästen im Mathe-Foyer

**Aufgabe 45:** Berechnen Sie den Mittelwert

$$E[f] = \frac{1}{|J|} \int_J f(x) dx$$

der Funktion  $f : x \mapsto 2x^2 - x - 1$  über dem Intervall  $J = [0, 2]$ . Für welche  $\xi \in J$  gilt  $E[f] = f(\xi)$ ?

**Aufgabe 46:** Die Variation  $V[f]$  von  $f \in \mathcal{C}(J)$  ist definiert als der Mittelwert  $V[f] = E[(f - E[f])^2]$ . Zeigen Sie die Gültigkeit der Formel  $V[f] = E[f^2] - (E[f])^2$ .

**Aufgabe 47:** Bestimmen Sie in Analogie zur Vorlesung den Wert der Integrale

$$\int_a^b x dx \quad \text{und} \quad \int_a^b x^2 dx$$

und leiten Sie daraus Formeln für die Integrale

$$\int_a^b (x - a)(x - b) dx \quad \text{sowie} \quad \int_a^b (x - b)(x - c) dx$$

ab. Was ergibt sich im Spezialfall  $b = a + 2h$ ,  $c = a + h$  für ein  $h > 0$ ?

**Aufgabe 48:** Finden Sie eine Stammfunktion über einem geeigneten Intervall zu den folgenden Funktionen:

(a)  $f : x \mapsto \sqrt{2x - 4}$ ,

(b)  $f : x \mapsto \frac{x^2}{(x^3 - 1)^2}$ ,

(c)  $f : x \mapsto x \sin x \cos x$ .