

Übungen zu Analysis I für Lehramt Gymnasium  
**Blatt 13**

Abgabe: Montag, 05.02., 10 Uhr, in die jeweiligen Kästen im Mathe-Foyer

**Aufgabe 49:** Zeigen Sie durch Anwendung des Mittelwertsatzes:

(a)  $\log(1+x) \geq \frac{x}{x+1}$  für  $x > -1$ .

(b)  $e^x \geq 1+x$  für  $x \in \mathbb{R}$ .

**Aufgabe 50:** Für folgende Funktionen  $f$  bestimme man eine Stammfunktion über geeigneten Intervallen:

(a)  $f(x) = \frac{1}{\tan x}$  , (b)  $f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$  , (c)  $f(x) = x^x(1 + \log x)$  ,

(d)  $f(x) = e^{\sqrt{x}}$  , (e)  $f(x) = x^3 \cdot e^{-x^2}$  , (f)  $f(x) = \frac{1}{x \log x}$  .

**Aufgabe 51:** Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{(\log x)^2}$  .

(b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(1 - \left(1 - \frac{1}{n}\right)^\alpha\right)$  für  $\alpha > 0$ .

**Aufgabe 52:** Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0+} x^x$  , (b)  $\lim_{x \rightarrow 0+} x^{\sqrt{x}}$  ,

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0+} x^{\frac{1}{\sqrt{x}}}$  , (d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{1}{\sqrt{x}}}$  .