

Übungen zu Analysis I für Lehramt Gymnasium
Ferienblatt

Abgabe in der ersten Vorlesungswoche des neuen Semesters

Aufgabe 53: Berechnen Sie die Bogenlänge $L_0^1(f)$ für die folgenden Funktionen $f : [0, 1] \mapsto \mathbb{R}$:

(a) $f(x) = \sqrt{x^3}$.

(b) $f(x) = \frac{1}{2}(x+1)\sqrt{x(x+2)} - \log(\sqrt{x} + \sqrt{x+2})$.

Aufgabe 54: Für $f \in \mathcal{C}^1[0, 2\pi]$ beweise man

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{2\pi} f(x) \cos(nx) dx = 0.$$

Aufgabe 55: Sei $f : [0, \infty) \mapsto \mathbb{R}$ eine stetige Funktion mit $L := \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ existiert. Zeigen Sie

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt \right) = L.$$

Ist die Regel von de l'Hospital anwendbar?

Aufgabe 56: Die Funktion f sei in $a \in \mathbb{R}$ stetig und es gelte

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h} \text{ existiert.}$$

Ist dann f differenzierbar in a ?