

ÜBUNGSBLATT 13

Abgabe in die Briefkästen bis Mittwoch, 31.01.2007, 12 Uhr

Aufgabe 1. (4 Punkte)

Beweisen Sie den "Vergleichssatz" 3.4 mit Hilfe des Gronwallschen Lemmas.

Aufgabe 2. (4 Punkte)

Bestimmen Sie die maximalen Lösungen des Anfangswertproblems

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) \\ x(t_0) = x_0 \end{cases}$$

in folgenden Fällen:

1. $f(x) = ax(1-x)$ für $a > 0$, $x \in [0, \infty)$ und $t_0 = 0$
2. $f(x) = (x+t)^2$ für $t, x \in \mathbb{R}$ und $t_0 = x_0 = 0$
3. $f(t, x) = -t/x$ für $t \in \mathbb{R}$, $x \in (0, \infty)$ und $t_0 = 1$
4. $f(t, x) = -tx + 3t$ für $t, x \in \mathbb{R}$ und $t_0 = 0$, $x_0 = 5$

Aufgabe 3. (10 Punkte) **Konzeptaufgabe zum Vorlesungsabschnitt III. Gewöhnliche Differentialgleichungen**

Ziel der Aufgabe ist es, die wichtigsten Methoden und Sätze des Kapitels zu wiederholen und in einen Gesamtzusammenhang einzuordnen.

- a) Fertigen Sie zunächst *zwei* Mindmaps an, eines unter dem Aspekt der allgemeinen Theorie und eines unter dem Aspekt der Lösungsmethodik von Differentialgleichungen. Zentrale Begriffe im ersten Teil könnten etwa Geschwindigkeitsfeld und Lösungskurve sein. Versuchen Sie am Schluss, die beiden Mindmaps zu vernetzen.
- b) Verfassen Sie auf Grundlage Ihrer Mindmap einen zusammenhängenden Text über gewöhnliche Differentialgleichungen, in den Sie auch zentrale Definitionen und Beispiele einbauen. Beschreiben Sie hierbei auch die Unterschiede zwischen zeitunabhängigen und zeitabhängigen Differentialgleichungen.

Die sinnvolle Bearbeitung dieser Aufgabe ist eine der Voraussetzungen für die Klausurteilnahme. (Vielleicht komplettieren Sie Ihre Aufgabe ja noch nach Ende des Semesters...)